

1. But du cours

Le but du cours Modélisation algébrique et graphique est de rendre l'adulte apte à traiter des situations qui requièrent une représentation à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique exprimant une relation entre quantités.

Au terme de ce cours, l'adulte sera en mesure de représenter des situations concrètes à l'aide de l'algèbre, dans le respect des règles et des conventions mathématiques. La représentation algébrique ou graphique d'une situation au moyen de la fonction du premier degré ou encore de la fonction rationnelle lui permettra de déduire des résultats par interpolation ou extrapolation. De plus, il utilisera différents registres de représentation pour généraliser le modèle à un ensemble de situations.

2. Savoirs prescrits

Procédés intégrateurs

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, l'adulte développe trois procédés intégrateurs énoncés comme suit :

- la représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique;
- l'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique;
- la généralisation d'un ensemble de situations à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique.

Ces procédés, mis en valeur dans les situations d'apprentissage du présent cours, favorisent l'intégration des savoirs mathématiques et des compétences disciplinaires. Les situations d'apprentissage traitées doivent toucher à l'un ou l'autre de ces procédés intégrateurs. Toutefois, l'ensemble des situations choisies doit être assez vaste pour couvrir les trois procédés.

Savoirs mathématiques

Savoirs mathématiques	Limites et précision
Inégalité et inéquation <ul style="list-style-type: none"> Relation d'inégalité 	Les relations à l'étude sont : <ul style="list-style-type: none"> $a \leq b$, $a \geq b$, $a > b$ et $a < b$ telles que a et b appartiennent à l'ensemble des nombres réels
Inégalité et inéquation (suite) <ul style="list-style-type: none"> Résolution d'équations et d'inéquations du 1^{er} degré à une variable 	Les inéquations à l'étude sont de la forme : <ul style="list-style-type: none"> $ax + b \leq cx + d$ $ax + b \geq cx + d$ $ax + b > cx + d$ $ax + b < cx + d$ telles que a et b appartiennent à l'ensemble des nombres réels
Relation <ul style="list-style-type: none"> Observation, description, interprétation et représentation de la dépendance entre les variables d'une situation 	La description et l'interprétation du lien de dépendance entre les variables peuvent se faire à l'aide des registres de représentation suivants : <ul style="list-style-type: none"> expression littérale ou verbale règle algébrique graphique table de valeurs
Relation (suite) <ul style="list-style-type: none"> Fonction et réciproque 	Le présent cours se limite à l'étude de la fonction polynomiale de degré 0 ou du 1 ^{er} degré et de la fonction rationnelle : <ul style="list-style-type: none"> fonction constante $f(x) = b$ fonction linéaire $f(x) = ax$ fonction affine $f(x) = ax + b$ fonction rationnelle de la forme, $f(x) = kx$ où $k \in \mathbb{Q} +$ fonction définie par parties (<i>En 3^e secondaire, l'adulte est initié de façon non formelle à cette fonction.</i>)
Relation (suite) <ul style="list-style-type: none"> Représentation d'une expérimentation ou d'une étude statistique à l'aide d'un nuage de points 	<i>Il est à noter que la représentation par nuage de points se limite à illustrer la relation entre les variables et que l'adulte pourrait représenter la relation de dépendance, s'il y a lieu, par une fonction affine ou rationnelle. Cette dernière ne reste qu'une approximation, l'adulte n'ayant pas à déterminer le coefficient de corrélation ou la droite de régression linéaire dans ce cours.</i>

<p>Relation (suite)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Représentation et interprétation de la réciproque d'une fonction 	<p>La représentation ou l'interprétation de la réciproque d'une fonction (affine ou inverse) peut se faire à l'aide des registres de représentation suivants :</p> <ul style="list-style-type: none"> • expression littérale ou verbale • règle algébrique • graphique • table de valeurs
<p>Relation (suite)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Détermination de la règle de correspondance 	<p>La recherche de la règle peut se faire à partir :</p> <ul style="list-style-type: none"> • d'un couple de valeurs et du taux de variation • de deux couples de valeurs <p>Certaines valeurs particulières seront déterminées graphiquement ou à partir de la règle, avec le degré de précision imposé par le contexte.</p>
<p>Relation (suite)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Description des propriétés d'une fonction en contexte 	<p>Les propriétés des fonctions à l'étude sont :</p> <ul style="list-style-type: none"> • le domaine, et le codomaine (l'image) • la croissance et la décroissance • les extremums • le signe • les coordonnées à l'origine
<p>Relation (suite)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Description qualitative de l'effet sur le graphique lors de la modification de la valeur d'un paramètre d'une fonction affine 	<p>L'adulte dégage les propriétés de façon non formelle, et ce, toujours en relation avec le contexte.</p> <p><i>Les paramètres a et b ne sont jamais modifiés simultanément. Dans ce cours, l'adulte analyse séparément l'effet, sur la représentation graphique, d'une modification du paramètre a ou du paramètre b de la fonction affine.</i></p> <p><i>En 3^e secondaire, l'adulte est initié de façon non formelle à l'étude des propriétés.</i></p>
<p>Système</p> <ul style="list-style-type: none"> • Résolution de systèmes d'équations du 1^{er} degré à deux variables 	<p>Les équations doivent être sous la forme $y = ax + b$. La résolution peut se faire :</p> <ul style="list-style-type: none"> • à l'aide d'une table de valeurs • graphiquement • algébriquement (par la méthode de comparaison)

Tronc commun	
3051-2	
4101 (+++)	4109 (++)
3017 (++)	5106 (+)
N : • Fonction définie par partie • Extremums d'une fonction	

1. La fonction par partie

1.5.1 > Fonction définie par parties

- Une fonction définie par parties est composée de la juxtaposition de plusieurs fonctions, chacune définie sur différents **intervalles** de son domaine.
- Les parties composant une telle fonction peuvent provenir de différentes familles de fonctions. Toutefois, dans le cadre de ce cours, nous nous concentrerons sur celles appartenant aux **fonctions polynomiales** de **degré 0** et du premier degré, linéaires et affines, ainsi qu'aux fonctions rationnelles.

Exemple :

Règle	Représentation graphique	Propriétés	
$f(x) = \begin{cases} -x + 8 & \text{si } x \in [0, 4] \\ 4 & \text{si } x \in [4, 6] \\ \frac{24}{x} & \text{si } x \in [6, +\infty[\end{cases}$		Domaine	$[0, +\infty[$
		Codomaine	$]0, 8]$
		Signe	Positif sur $[0, +\infty[$.
		Variation	Décroissante sur $]0, +\infty[$; croissante sur $[4, 6]$.
		Valeur initiale	8
		Zéro	Aucun.
		Extremum	Maximum : 8

2. Les extrémums d'une fonction

1.1.3 > Propriétés d'une fonction

DOMAINE ET CODOMAINE

- Le **domaine** d'une fonction est l'ensemble des **valeurs** prises par la **variable indépendante**.
- Le **codomaine** ou l'**image** d'une fonction est l'ensemble des valeurs prises par la variable **dépendante**.

VARIATION: CROISSANCE, DÉCROISSANCE ET CONSTANCE

Sur un **intervalle** du domaine, une fonction est :

- **croissante** lorsqu'une **variation** positive (ou négative) de la variable indépendante entraîne une variation positive (ou négative) de la variable dépendante ;
- **décroissante** lorsqu'une variation positive (ou négative) de la variable indépendante entraîne une variation négative (ou positive) de la variable dépendante ;
- **constante** lorsqu'une variation de la variable indépendante n'entraîne aucune variation de la variable dépendante ;
- **strictement croissante** si elle est croissante **et** non constante ;
- **strictement décroissante** si elle est décroissante **et** non constante.

EXTREMUMS: MINIMUM ET MAXIMUM

- Le **minimum** d'une fonction est la plus petite valeur prise par la variable dépendante.
- Le **maximum** d'une fonction est la plus grande valeur prise par la variable dépendante.

SIGNE: POSITIF OU NÉGATIF

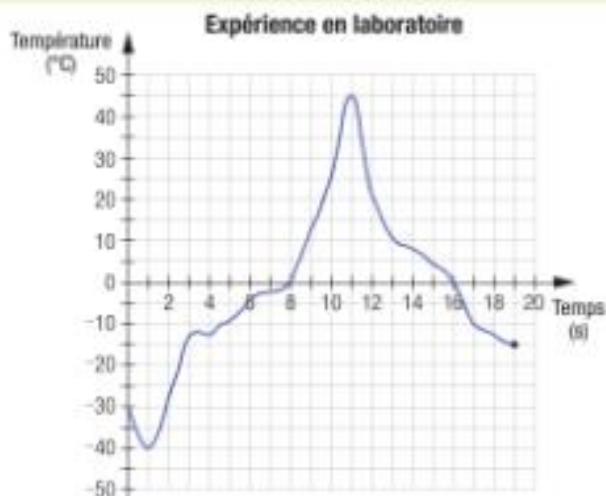
Sur un intervalle du domaine, une fonction est :

- **positive** si les valeurs de la variable **dépendante** sont positives ;
- **négative** si les valeurs de la variable **dépendante** sont négatives.

COORDONNÉES À L'ORIGINE: ZÉRO (ABSCISSE À L'ORIGINE) ET VALEUR INITIALE (ORDONNÉE À L'ORIGINE)

- Un **zéro de la fonction** est une valeur de la variable indépendante lorsque celle de la variable dépendante est zéro. Graphiquement, un zéro est une **abscisse** à l'origine, c'est-à-dire l'abscisse d'un **point d'intersection** de la **courbe** et de l'axe des abscisses.
- La **valeur initiale** d'une fonction est la valeur de la variable dépendante lorsque celle de la variable indépendante est zéro. Graphiquement, la valeur initiale correspond à l'**ordonnée** à l'origine, c'est-à-dire l'ordonnée du point d'intersection de la courbe et de l'axe des ordonnées.

Exemple:



Domaine: $[0, 19]$ s
Codomaine: $[-40, 45]$ °C
Croissante: $[1, 11]$ s
Décroissante: $[0, 1] \cup [11, 19]$ s
Minimum: -40 °C
Maximum: 45 °C
Négatif: $[0, 8] \cup [16, 19]$ s
Positif: $[8, 16]$ s
Zéros: 8 s et 16 s
Valeur initiale: -30 °C