

MAT-4151-1

**Modélisation algébrique et graphique en contexte général
Mathématique, 2^e cycle du secondaire**

Comment reconnaître un type de fonction à partir d'une table de valeurs

- **Fonction linéaire**
- **Fonction affine**
- **Fonction rationnelle**
- **Fonction polynomiale du second degré**
- **Fonction exponentielle**

1. Reconnaître une fonction linéaire (directement proportionnelle)

- Dans la table des valeurs, lorsque la variation des valeurs consécutives de la variable indépendante (x) est la même, que la **variation** des valeurs consécutives de la variable dépendante ($f(x)$) est **constante**, et qu'elle **pass**e par l'origine **(0,0)**, elle représente une fonction **linéaire**.

Forme de la règle : $f(x) = ax$, où $a \neq 0$

Exemple 1 : $f(x) = 2x$

Table des valeurs

x	$f(x)$
-1	-2
0	0
1	2
2	4

Annotations: +1 (between x values), +2 (between f(x) values)

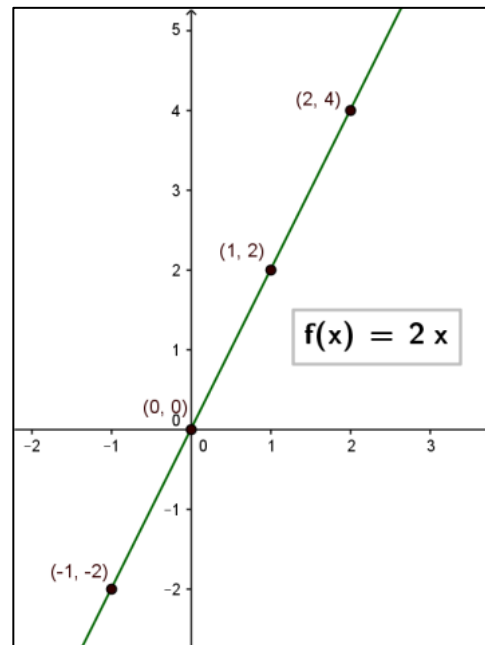
Pour trouver la règle :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 2}{2 - 1} = 2$$

$$\begin{aligned}y &= ax + b \\ -2 &= 2(-1) + b \\ -2 + 2 &= b \\ 0 &= b\end{aligned}$$

Règle : $y = 2x$

Représentation graphique



Lien web: Démonstration Geogebra, exemples de fonctions linéaires
<https://www.geogebra.org/m/kgYNMrkb>



Exemples: fonction linéaire

2. Reconnaître une fonction affine

- Dans la table des valeurs, lorsque la variation des valeurs consécutives de la variable indépendante (x) est la même, et que la **variation** des valeurs consécutives de la variable dépendante ($f(x)$) est **constante**, et qu'elle **ne passe pas** par l'origine $(0,0)$, elle représente une fonction **affine**.

Forme de la règle : $f(x) = ax + b$ où $a \neq 0$

Exemple 2 : $f(x) = 2x + 3$

Table des valeurs

x	$f(x)$
-1	1
0	3
1	5
2	7

Annotations: +1 (between x values), +2 (between f(x) values)

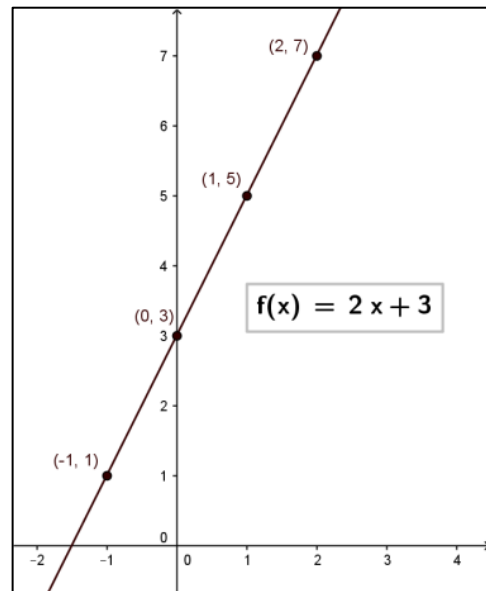
Pour trouver la règle :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 5}{2 - 1} = 2$$

$$\begin{aligned} y &= ax + b \\ 1 &= 2(-1) + b \\ 1 + 2 &= b \\ 3 &= b \end{aligned}$$

Règle : $y = 2x + 3$

Représentation graphique



Lien web: Démonstration Geogebra, exemples de fonctions affines
<https://www.geogebra.org/m/VxAj4Awx>



Exemples: fonction affine



Lien web: 2 autres démonstrations Geogebra : La fonction affine et ses paramètres
<https://www.geogebra.org/m/pnm3vtPa?doneurl=%2Fcoumbg>
<https://www.geogebra.org/m/rmhd6jyJ?doneurl=%2Fcoumbg>



Paramètres fonction affine 1



Paramètres fonction affine 2

3. Reconnaître une fonction rationnelle (proportion inverse)

- Lorsque le **produit** des deux variables est **constant**, la fonction est dite **rationnelle** (fonction de variation inverse).

Forme de la règle : $f(x) = \frac{k}{x}$, où $x \neq 0$ et $k \neq 0$

Exemple 3 : $f(x) = \frac{4}{x}$

Dans notre exemple : $y \times x = 4$

Table des valeurs

x	f(x)	
-4	-1	→ $-4 \times -1 = 4$
-2	-2	→ $-2 \times -2 = 4$
-1	-4	→ $-1 \times -4 = 4$
1	4	→ $1 \times 4 = 4$
2	2	→ $2 \times 2 = 4$
4	1	→ $4 \times 1 = 4$

Pour trouver la règle :

le produit des valeurs
de chaque couple est constant

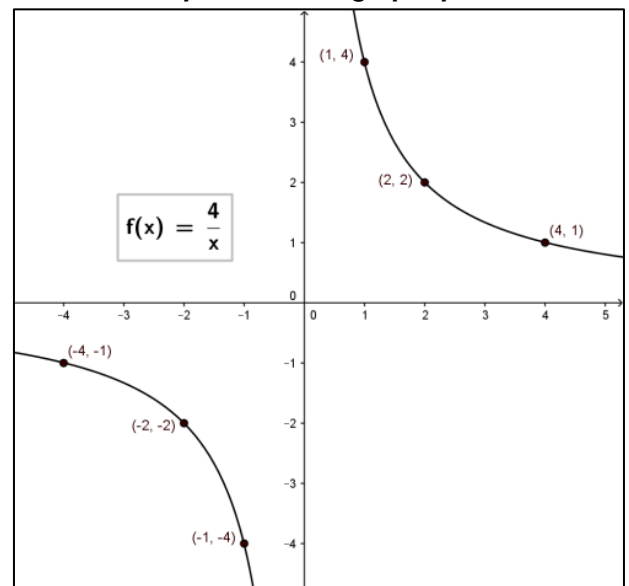
$$-4 \times -1 = 4$$

$$-2 \times -2 = 4$$

...

Règle : $y = \frac{4}{x}$

Représentation graphique



Lien web: Démonstration Geogebra, exemples de fonctions rationnelles
<https://www.geogebra.org/m/TDkkmSVE>



Exemples: fonction
rationnelle

4. Reconnaître une fonction polynomiale de second degré

- Dans la table des valeurs, lorsque la variation des valeurs consécutives de la variable indépendante (x) est la même, et que la **variation au deuxième niveau** des valeurs consécutives de la variable dépendante ($f(x)$) est **constante**, la fonction est dite **polynomiale du second degré** (fonction quadratique).

Forme de la règle : $f(x) = ax^2$, où $a \neq 0$

Exemple 4 : $f(x) = 3x^2$

Table des valeurs

x	$f(x)$
-1	3
0	0
1	3
2	12
3	27

Diagramme illustrant les variations de la table des valeurs :

- Entre $x=0$ et $x=1$, la variation de $f(x)$ est $+3$.
- Entre $x=1$ et $x=2$, la variation de $f(x)$ est $+9$.
- Entre $x=2$ et $x=3$, la variation de $f(x)$ est $+15$.
- Les variations de la variation (deuxième niveau) sont constantes : $+6$ (de $+3$ à $+9$), $+6$ (de $+9$ à $+15$).

Pour trouver la règle :

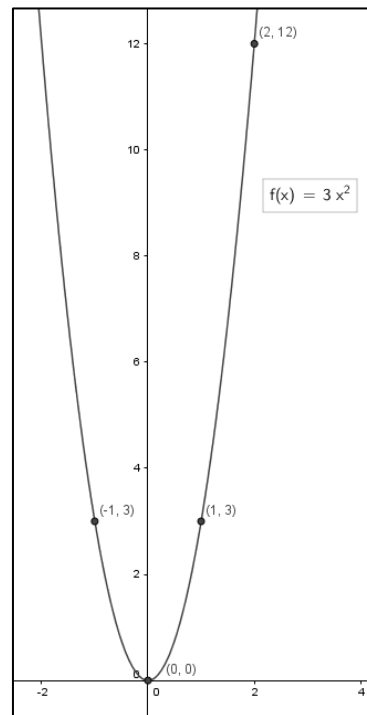
$$y = ax^2$$

$$27 = a(3)^2$$

$$a = \frac{27}{3^2} = 3$$

Règle : $y = 3x^2$

Représentation graphique



Lien web: Démonstration Geogebra, exemples de fonctions quadratiques
<https://www.geogebra.org/m/w9CvzNjZ>



Exemples fonctions quadratiques

5. Reconnaître une fonction exponentielle

- Dans la table des valeurs, lorsque la variation des valeurs consécutives de la variable indépendante (x) est la même, et que la variation des valeurs consécutives de la variable dépendante ($f(x)$) est un facteur multiplicatif qui se répète, la **fonction** est dite **exponentielle**.

Forme de la règle : $f(x) = ac^x$, où $a \neq 0$, $c > 0$ et $c \neq 1$

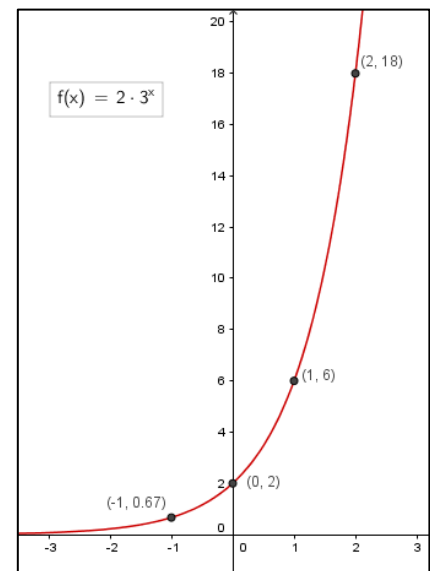
Exemple 4 : $f(x) = 2(3)^x$

Table des valeurs

x	$f(x)$
-1	$\frac{2}{3}$
0	2
1	6
2	18
3	54

Diagramme illustrant la croissance exponentielle : des flèches à gauche indiquent une augmentation constante de 1 pour x , et des flèches à droite indiquent une multiplication par 3 pour $f(x)$ à chaque pas.

Représentation graphique



Pour trouver la règle à partir de deux points, par exemple, (1, 6) et (2, 18):

La valeur de c : $y = a(c)^x$

Équation (1)	$6 = ac^1$
Équation (2)	$18 = ac^2$

On divise (2) par (1)

$18 = ac^2$
$6 = ac^1$

On obtient

$3 = c$

La valeur de a : $y = a(c)^x$

$a = \frac{6}{c} = \frac{6}{3} = 2$

Règle : $y = 2(3)^x$



Lien web: Démonstration Geogebra, exemples de fonctions exponentielles
<https://www.geogebra.org/m/VafRJDWj>



Exemples fonctions exponentielles